



Prüfungsaufgaben der schriftlichen Matura 2010 in Mathematik (Profilfach)

Klasse 7Na (Daniel Oehry)

Name: _____

Diese Arbeit umfasst vier Aufgaben.

Hilfsmittel: Formelsammlung, Taschenrechner (nicht grafikfähig und ohne CAS)

Dauer: 4 Stunden

Hinweise: Achte auf eine saubere Darstellung und nachvollziehbare Lösungswege.
Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge gelöst werden. Jede Aufgabe ist auf einer neuen Seite zu beginnen.

Aufgabe	1	2	3	4	D	Total
Punkte	12	14	15	16	3	60
erreichte Punkte						

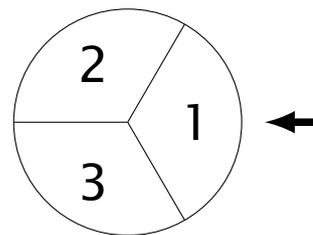
D: Darstellung, Rechtschreibung und Form

Aufgabe 1

(12 Punkte)

Ein Glücksrad enthält drei gleichgrosse Sektoren, die mit den Zahlen 1, 2 und 3 beschriftet sind. Jeder Sektor besitzt die gleiche Wahrscheinlichkeit.

Beat und Anja vereinbaren folgendes Spiel: Beide drehen das Glücksrad jeweils einmal. Ist die Ziffernsumme gerade, gewinnt Beat und bekommt von Anja einen Betrag in Höhe der Ziffernsumme. Ist die Ziffernsumme ungerade, gewinnt Anja und bekommt von Beat den entsprechenden Betrag.



- Berechne den Erwartungswert für den Gewinn von Beat.
- Beat und Anja spielen fünfmal gegeneinander. Bestimme die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: „Anja gewinnt genau eins der fünf Spiele“
B: „Beat gewinnt mindestens drei der fünf Spiele“
- Wie viele Spiele müssen mindestens gespielt werden, damit Anja mit mindestens 99% Wahrscheinlichkeit mindestens ein Spiel gewinnt?
- Beat und Anja spielen 300 Mal. Zeige, dass die Zufallsvariable $X = \text{Anzahl Gewinne von Beat}$ durch eine Normalverteilung angenähert werden kann. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Beat über die Hälfte der Spiele gewinnt?

Aufgabe 2

(14 Punkte)

Gegeben sind drei Punkte $A(7/5/1)$, $B(2/5/1)$, $D(7/2/5)$, sowie die Gerade

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -1.5 \\ 10 \\ -39 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 32 \end{pmatrix}.$$

- Zeige, dass die Punkte A , B und D die Ecken eines Quadrats sind und berechne die Koordinaten des vierten Eckpunktes C .
- Zeige, dass die Ebene E durch die Punkte A , B und D die Gleichung $4y + 3z - 23 = 0$ hat.
- In welchem Punkt schneidet die Gerade g die Ebene E ? Berechne die Koordinaten des Schnittpunkts und den Schnittwinkel.
- Bestimme die Gleichung der Kugel k mit Radius $R = 10$, welche die Ebene E berührt und deren Mittelpunkt auf der Geraden g liegt.

Falls es zwei Lösungen gibt, sind beide anzugeben.

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = axe^x + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

- a) Bestimme die Parameter a und b , so dass die Funktion f im Schnittpunkt mit der y -Achse die Tangente $y = 2x + 3$ hat.

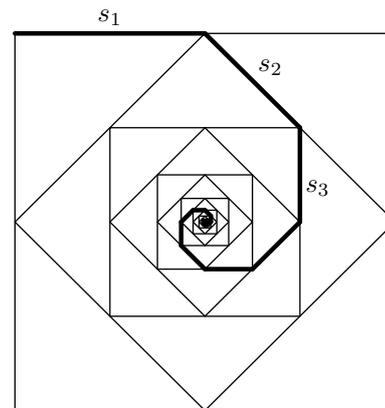
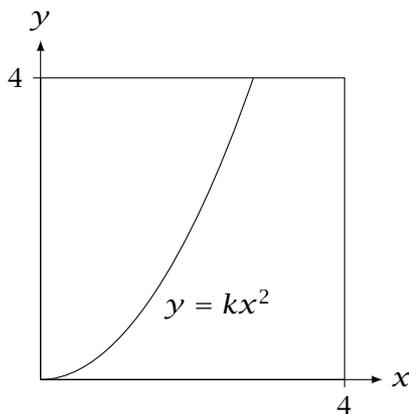
Setze für folgende Aufgaben $a = 2$ und $b = 3$.

- b) Bestimme die Koordinaten sämtlicher Extremal- und Wendepunkte von f . Bestimme auch die Art der Extrema.
- c) Wie verhält sich $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$? Zeichne den Graphen von f in ein Koordinatensystem ein (1 LE = 1 cm).
- d) Berechne $\int_0^1 f(x) dx$.

Aufgabe 4

(16 Punkte)

- a) Ein Quadrat der Seitenlänge 4 soll durch eine Parabel der Form $y = kx^2$ wie unten links abgebildet in zwei gleich grosse Flächen geteilt werden. Berechne k .



- b) Berechne die Länge der unendlich langen fett eingezeichneten Linie (Abbildung oben rechts). Das grösste Quadrat hat die Seitenlänge 1 m. Jedes darauf folgende ist um 45° gedreht eingepasst.
- c) Der umbaute Raum eines Bürogebäudes mit Flachdach und quadratischem Grundriss soll $12\,000\text{ m}^3$ betragen. Der Wärmeverlust pro m^2 durch das Dach sei dreimal so gross wie jener durch die Wände. Welche Abmessungen (Raumlänge und Raumhöhe) hat das Gebäude mit dem kleinsten Wärmeverlust?
- d) Wird eine Ellipse um ihre grosse Halbachse gedreht, so entsteht ein sogenanntes Rotationsellipsoid. Gib die Gleichung der Ellipse mit den Halbachsen $a = 3$ und $b = 2$ an. Berechne anschliessend das Volumen des entsprechenden Rotationsellipsoids.