



Prüfungsaufgaben der schriftlichen Matura 2004

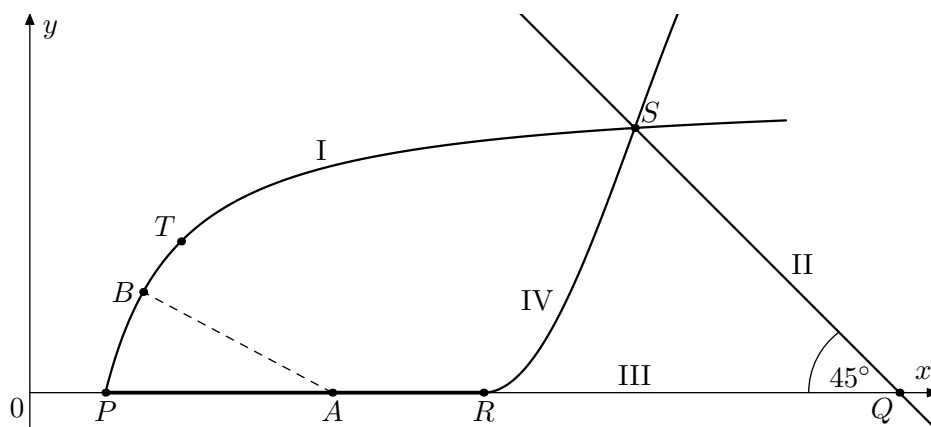
Mathematik

Klasse 8B (Hans Hartmann)

Hilfsmittel: Formelsammlung und Taschenrechner

Aufgabe 1

Ein Gewerbegebiet wird von den Strassen I, II sowie dem Fluss III begrenzt. Dazwischen verläuft eine Verbindungsstrasse IV. Der Strassenverlauf wird in einem Koordinatensystem (KS) beschrieben, wobei 100 m einer Einheit entsprechen.



- Der Fluss liegt auf der x -Achse
- Die Strasse I gehorcht der Funktion $f_I(x) : y = a - \frac{b}{x}$. Sie überquert den Fluss 100 m vom Ursprung des KS (Punkt P). 200 m rechts der y -Achse (Punkt T) besitzt der Graph die Steigung $m = 1$.
- Die Strasse II überquert den Fluss 1,15 km vom Ursprung des KS (Punkt Q).
- Die Strasse IV verläuft zuerst vom Punkt P aus 500 m entlang des Flusses und dann (Punkt R) in einer Linkskurve zur Kreuzung der Strassen I und II (Punkt S). In diesem Abschnitt gehorcht die Strasse IV der Funktion $f_{IV}(x) : y = a \cdot \sin(bx) + c$, mit der maximalen Steigung im Punkt S und der Steigung null im Punkt R .

- Bestimme die Funktionsgleichungen der Strassen I und II sowie deren Kreuzungspunkt S .
- In welchem Verhältnis unterteilt die Strasse IV das Gewerbegebiet? Stelle dazu die Funktionsgleichung der Strasse IV auf.
- Von der Strasse I soll ein Abwasserkanal an den Fluss gebaut werden. Die Einmündung in den Fluss (Punkt A) erfolge 300m von der Brücke P entfernt. Von welchem Punkt B aus soll der Kanal gebaut werden, wenn die Länge minimal sein soll (Lösung für B ist ganzzahlig)?

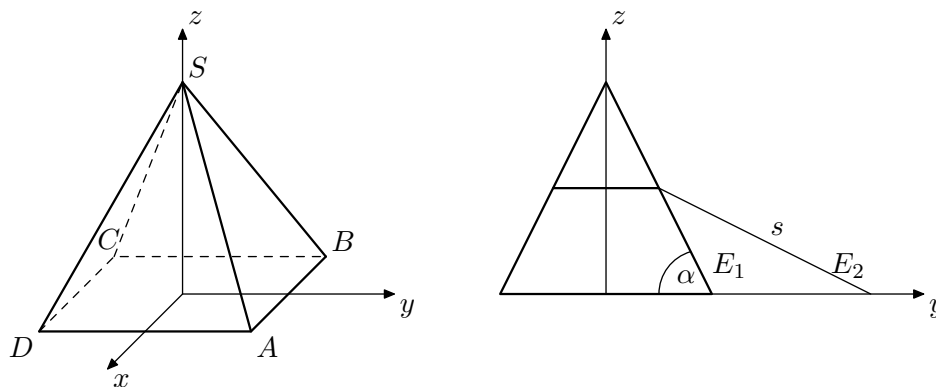
Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $f(x) : y = e^{2-x} + x - 3$.

- Zeichne die Kurve der Funktion $f(x)$ im Intervall $0 < x < 3$. Bestimme dazu noch Nullstelle, Extrema und die Asymptote (Längeneinheit 2 Häuschen).
- Berechne die Fläche, die von der Kurve und den Koordinatenachsen eingeschlossen wird.
- Die Tangente an die Kurve im Punkt $P(u/v)$ mit $0 < u < 2$ schneidet die y -Achse im Punkt Q . Ein Rechteck wird nun begrenzt durch die Geraden $x = -1$, $x = u$, $y = -3$ und die Parallele zur x -Achse durch den Punkt Q . Dieses Rechteck habe den Flächeninhalt $A_R(u)$. Wie gross kann A_R höchstens werden?
- Im ersten Quadranten liegt zwischen der Kurve von $f(x)$ und ihrer Asymptote eine Fläche A_Z , die von $x = 2$ und $x = w$ ($w > 2$) begrenzt wird. Wie gross ist w , wenn die Fläche $A_Z = 0,3$ betragen soll?

Aufgabe 3

Eine ägyptische Pyramide hat die Form einer senkrechten, quadratischen Pyramide. Die Seitelänge der Grundfläche beträgt 144 m, die Höhe 90 m.



- Wie gross ist der Neigungswinkel α der Seitenfläche $E_1(ABS)$ zur Grundfläche? Bestimme den Inhalt der Seitenfläche $E_1(ABS)$.
- Der Punkt $Q(0/48/30)$ ist der Schwerpunkt der Seitenfläche $E_1(ABS)$. Senkrecht zu dieser Fläche verläuft zum Königsgrab ein Schacht, dessen Mittelachse von Q ausgeht und in 14 m Höhe über der Grundfläche im Punkt R endet. Berechne die Koordinaten von R .

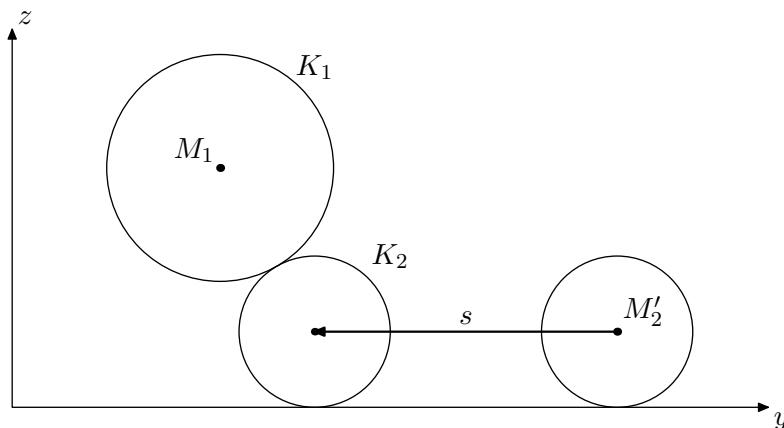
- c) Zum Aufschichten der Pyramide wurden Rampen verwendet. Die Gleichung der Rampenebene E_2 lautet:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 153 \\ 22,5 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 0 \\ 26 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Wie lang ist der kürzeste Weg s über die Rampenebene?

Aufgabe 4

An eine Kugel K_1 mit dem Mittelpunkt $M_1(10/10/10)$ und dem Radius $r_1 = 5$ soll eine zweite Kugel K_2 geschoben werden, die auf der xy -Ebene liegt. Der Mittelpunkt liegt vor der Verschiebung bei $M'_2(10/25/3)$. Die Verschiebung erfolge parallel zur y -Achse.



- Bestimme die Verschiebungsstrecke s der Kugel K_2 .
- Welchen Abstand hat der ursprüngliche Mittelpunkt M'_2 von der Tangentialebene im Berührungspunkt der beiden Kugeln?

Aufgabe 5

Eine Familie hat die Söhne Georg, Bernhard und Christian sowie die Töchter Daniela und Nadia. Für jeden Tag der Woche wird ausgelost, wer den Familienhund zu betreuen hat. Wie viele Betreuerlisten sind möglich, wenn

- Georg nur am ersten und zweiten Tag drankommen kann,
- den Pechvogel Bernhard das Los viermal in einer Woche trifft.
- Wie wahrscheinlich ist es, dass die Töchter nur je einmal und zwar an zwei aufeinander folgenden Tagen drankommen?

Aufgabe 6

Die Wahrscheinlichkeit, dass sich bei einer Fahrscheinkontrolle ein Fahrgast als Schwarzfahrer erweist, beträgt 5%. Es werden 80 Einzelkontrollen durchgeführt.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 3 Schwarzfahrer ertappt werden, die sich zudem nicht unter den ersten 20 Kontrollierten befinden?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens 3 und höchstens 8 Schwarzfahrer?
- c) Wie gross wäre die Wahrscheinlichkeit fürs Schwarzfahren, wenn mit 99%-iger Wahrscheinlichkeit bei 80 Kontrollen mindestens ein Schwarzfahrer ertappt wird?