



## Prüfungsaufgaben der schriftlichen Matura 2004

### Mathematik

#### Klasse 8E (Gabriela Lidzbarska)

Hilfsmittel: Formelsammlung und TI-92+

#### Aufgabe 1

- a) Eine ganzrationale Funktion 3. Grades ist im Intervall  $[-2; 2]$  definiert. Ihr Graph  $f_1$  geht durch die Punkte  $A(-2/3)$ ,  $B(2/2)$  und hat in  $C(0/1)$  eine waagrechte Tangente. Wie lautet die Gleichung der Funktion  $f_1$ ?
- b) Im Punkt  $B$  schliesst sich der Graph  $f_2$  einer linearen Funktion an, die im Punkt  $D(6/5)$  enden soll. Bestimme die Funktionsgleichung zu  $f_2$  für  $x \in [2; 6]$ .
- c) Im Intervall  $[6; 7]$  sei noch ein Parabelstück  $f_3$  angehängt, das durch die Punkte  $D$  und  $E(7/5, 5)$  geht und in  $D$  die gleiche Steigung wie  $f_2$  besitzt. Auch hier ist die Funktionsvorschrift für  $f_3$  gefragt. ( $x \in [6; 7]$ ).

*Falls du nicht sicher bist, ob deine Lösungen a) oder c) richtig sind, rechne mit den folgenden Vorschriften weiter:*

$$f_1 : y = -\frac{1}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + 1$$

$$f_3 : y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}x - \frac{17}{2}$$

- d) Alle drei Graphen rotieren um die  $x$ -Achse und ergeben so die Mantelfläche eines Trinkglases. Der Glasfuss im Bereich  $[-2; 2]$  ist aus massivem Glas, der restliche Teil ( $x \in [2; 7]$ ) nimmt dein Lieblingsgetränk auf.
- Berechne das Volumen des Glasfusses.
  - Wie viele Deziliter (dl) deines Lieblingsgetränkes kann das Glas fassen? Die Wanddicke sollst du vernachlässigen. Runde dein Ergebnis auf eine Dezimalstelle.

*Zur Erinnerung:  $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$*

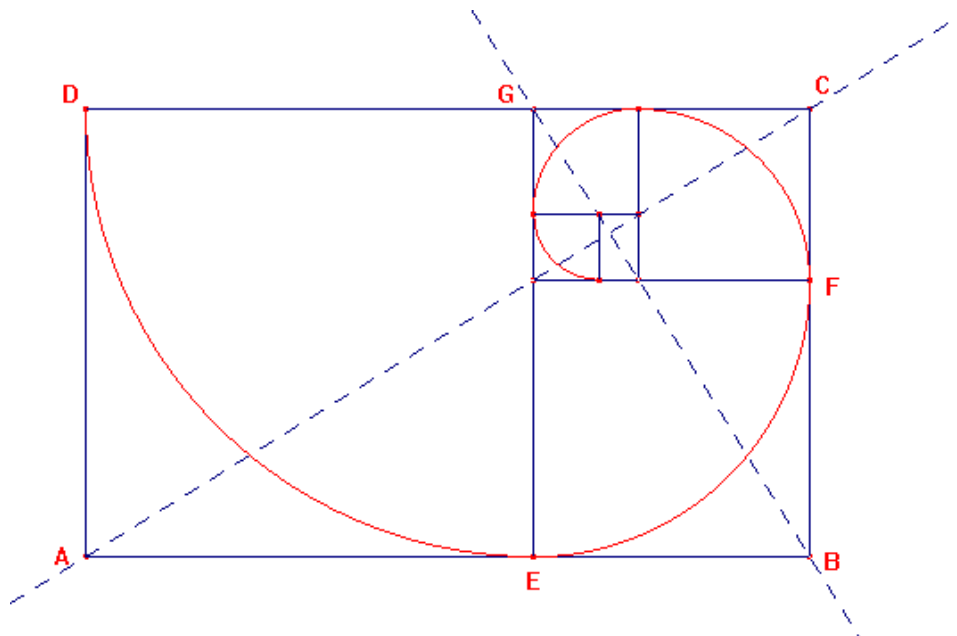
## Aufgabe 2

Die Seite  $AB$  des Rechtecks beträgt 1. Die Teilung in Quadrate und kleinere Rechtecke erfolgt nach dem goldenen Schnitt.

a) Zeige:

$$AE : AB = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

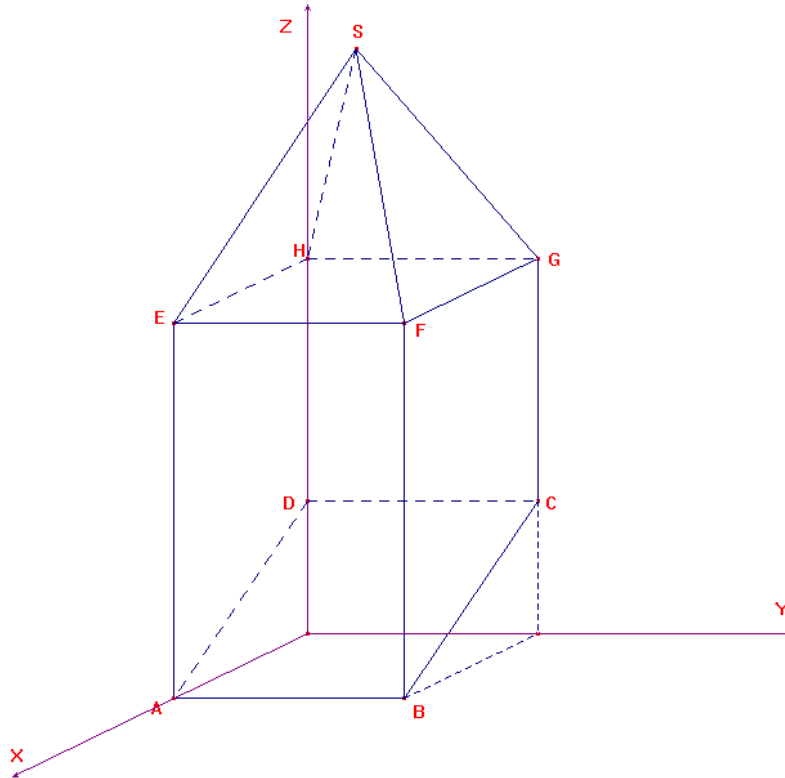
- b) Die Viertelkreise bilden eine Spirale. Gib die ersten drei Radien der Spirale exakt an.
- c) Welcher Viertelkreis der Spirale erreicht eine Länge unter 0,001?
- d) Wie lang ist die ganze (mit unendlich vielen Bögen) Spirale? (Exakt und dezimal mit vier Kommastellen.)
- e) Betrachtet man den Punkt  $A$  als Ursprung des Koordinatensystems  $XOY$ , so schneiden sich die Geraden  $(AC)$  und  $(BG)$  im Punkt  $S$ . Berechne exakt seine Koordinaten.
- f) Beschreibe kurz die Anwendungen und Bedeutung des goldenen Schnittes.



### Aufgabe 3

An einem Steilhang wird ein Beobachtungsturm errichtet. Dieser Turm kann als von einer Ebene geschnittener Quader mit aufgesetzter gerader Pyramide aufgefasst werden. Die Höhe der aufgesetzten Pyramide beträgt 4 Meter; ihre Spitze wird mit  $S$  bezeichnet. Aus der Bauzeichnung sind die Koordinaten (1 LE = 1 m) der folgenden Punkte bekannt:

$$A(4/0/0), B(4/4/0), D(0/0/3), E(4/0/10), H(0/0/10).$$



- a) Der Steilhang liegt in einer Ebene, die durch die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  verläuft. Stelle eine Koordinatengleichung der Ebene auf.
- b) Ein Sonnenstrahl, dessen Richtung durch den Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

beschrieben werden kann, erzeugt auf dem Hang einen Schatten der Turmspitze  $S$ .

- i) Ermittle die Koordinaten des Schattenpunktes  $S'$ .
- ii) Unter welchem Winkel trifft der Sonnenstrahl auf dem Hang auf?



#### Aufgabe 4

Gegeben ist die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $4x - 3y - 18 = 0$ . Ein Kreis  $k_1$  mit dem Mittelpunkt  $M_1(20/29)$  berührt die Gerade  $g$ .

- a) Bestimme rechnerisch die Gleichung des Kreises  $k_1$ .
- b) Der Kreis  $k_1$  rollt auf der Geraden  $g$  so weit nach unten, bis er erstmals die  $y$ -Achse berührt. Der Kreis in dieser Endlage heisst  $k_2$ . Welche Gleichung hat  $k_2$ ?
- c) Berechne den Inhalt des endlichen Flächenstückes, das durch die Gerade  $g$ , die  $y$ -Achse und die Kreislinie des Kreises  $k_2$  begrenzt wird.

*Eine möglichst exakte Zeichnung kann nützlich sein!*

#### Aufgabe 5

Löse zwei der drei Kurzaufgaben (Es werden nur zwei bewertet).

- 5.1) a) Welche Funktionen  $f$  werden durch  $f'(x) = x - \frac{x^2}{6}$  bestimmt?  
b) Wähle aus der Menge dieser Funktionen  $f$  diejenige aus, deren Wendepunkt auf der  $x$ -Achse liegt.
- 5.2) Es wird eine Röntgenuntersuchung durchgeführt, um Fälle von Tuberkulose frühzeitig zu erkennen. Von den erkrankten Personen werden 90% als solche erkannt, von den Gesunden werden dagegen 1% als TBC-verdächtig registriert. Aus einer Population, von der 0,1% TBC krank sind, wird eine ausgewählte Person durch einen Röntgentest als TBC-verdächtig registriert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie dennoch gesund?  
*Runde das %-Resultat auf eine Dezimalstelle genau.*
- 5.3) Auf der Ellipse mit der Gleichung  $2x^2 + y^2 = 18$  sind die Punkte  $A(1/4)$  und  $B(3/0)$  gegeben. Bestimme einen Punkt  $C$  auf der Ellipse so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  maximal wird.