



**Prüfungsaufgaben der schriftlichen Matura 2005**

**Mathematik**

**Klasse 7Na (Fritz Epple)**

**Hilfsmittel: Formelsammlung und Taschenrechner HP 32S**

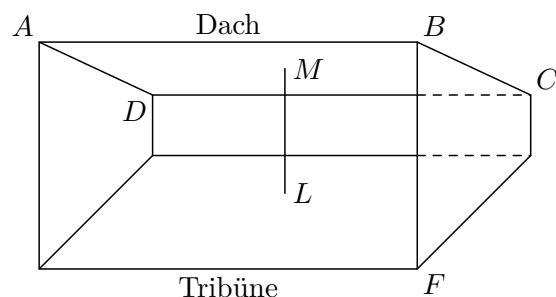
**Aufgabe 1**

Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = (x + 1) \cdot e^{-x}$  und  $g(x) = -x \cdot e^{-x}$ .

- Untersuche die Funktion  $f(x)$  auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie auf Extrem- und Wendepunkte.
- Zeichne die Graphen beider Funktionen im Bereich  $-1 \leq x \leq 2$  in ein und dasselbe Koordinatensystem ein. Fertige zunächst Wertetabellen an. [Längeneinheit: 4 cm]
- Berechne den Schnittpunkt der beiden Funktionen und überprüfe durch eine Rechnung, ob sich die Funktionen rechtwinklig schneiden.
- Zeige, dass  $F(x) = (-x - 2) \cdot e^{-x}$  eine Stammfunktion von  $f(x)$  ist und dass  $f(x)$  eine Stammfunktion von  $g(x)$  ist.
- Zeige, dass die Fläche, welche die beiden Funktionen („rechts“ von ihrem Schnittpunkt) einschliessen, gegen einen Grenzwert strebt, also endlich ist. Berechne diesen Grenzwert.

**Aufgabe 2**

Das Dach einer Stadiontribüne wird durch das Rechteck  $ABCD$  beschrieben. Der Punkt  $F$  ist Eckpunkt der Tribüne und liegt genau unterhalb des Punktes  $B$ . ( $FB$  ist eine Dachstütze.) Die Tribüne bildet die Ebene  $E_T$ . Der Punkt  $M$  ist Diagonalschnittpunkt des Rechtecks  $ABCD$ . In einem Koordinatensystem, dessen  $xy$ -Ebene die Horizontalebene ist, sind gegeben (Längeneinheit 1 m):



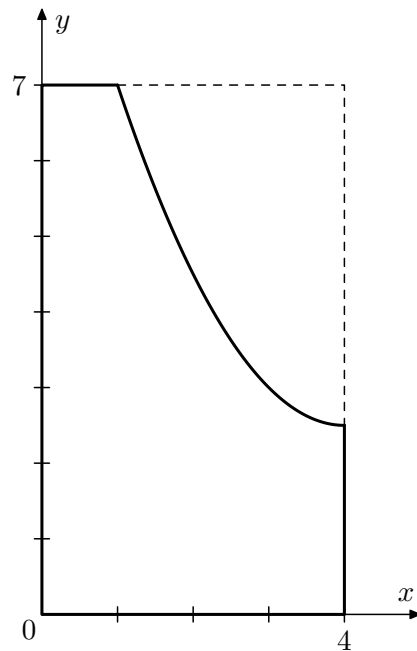
$$A(6 \mid -12 \mid 22); B(38 \mid 4 \mid 22); M(19 \mid 2 \mid 19); E_T: 2x - 4y + 5z - 65 = 0.$$

- Bestimme den Eckpunkt  $C$  des Daches.

- b) Bestimme den Neigungswinkel des Daches gegenüber der Horizontalebene.
- c) Unterhalb des Punktes  $M$  wird an einem Kabel der Lautsprecher  $L$  aufgehängt. Wie lang ist, auf dm gerundet, das Kabel, wenn der Lautsprecher eine Entfernung von 23 m vom Eckpunkt  $F$  hat?
- d) Welchen Abstand, auf dm gerundet, hat der Lautsprecher von der Tribüne?

### Aufgabe 3

Von einer 4 dm breiten und 7 dm hohen Glasscheibe ist ein Stück abgebrochen. Die Bruchlinie hat die Form einer Parabel (Polynom zweiter Ordnung). Die Koordinaten (in dm) des Scheitels sind  $S(4 \mid 2,5)$  und die Koordinaten des zweiten Punktes (siehe Skizze) sind  $A(1 \mid 7)$ .



- a) Stelle die Gleichung der Parabel auf, welche durch die Form der Bruchlinie gegeben ist.  
*Falls du diese Gleichung nicht findest, rechne mit folgender Parabel weiter:  $y = 0,3x^2 - 3x + 9,7$ .*
- b) Wie viel Prozent der ursprünglichen Scheibenfläche sind abgebrochen?
- c) Aus dem verbliebenen Glas soll parallel zu den unversehrten Kanten ein Rechteck mit grösstmöglicher Fläche heraus geschnitten werden. Bestimme Breite und Höhe dieses Rechtecks.

### Aufgabe 4

Wähle zwei von den drei folgenden Kurzaufgaben aus.

- a) Ein gerader Kegel mit dem Grundkreisradius  $R$  und der Höhe  $H$  ist ein so genannter Rotationskörper. Berechne mittels Integralrechnung sein Volumen.
- b) Löse folgende Gleichung im Körper der komplexen Zahlen:

$$\frac{1}{2}(z - 3)^2 + 2 = 0.$$

- c) Beweise mittels vollständiger Induktion, dass sich für die Summe der ersten  $n$  Quadratzahlen ( $n \in \mathbb{N}$ ) folgender Term ergibt:

$$\frac{n}{6}(n + 1)(2n + 1).$$